Blwyddyn 13

BRHubbard

Y GYFADRAN FATHEMATEG, YSGOL MAES Y GWENDRAETH

MATHSMAESYGWENDRAETH.WEEBLY.COM

@MathsMAESYGWEN

Cynnwys:

1. Ffracsiynau rhannol
2. Unfathiannau trigonometreg
3. Ffwythiannau Ymhlyg
4. Integru ffwythiannau trigonometreg

Integru fesul rhan

Integru trwy amnewid

1. Cyfeintiau solidau cylchdro
2. Hafaliadau differol
3. Fectorau
4. Yr Ehangiad Binomaidd
5. Parametrig
6. Profi

Adolygu Pur

Uned : C4

 **1 : Ffracsiynau rhannol**

**1.** (H06) O wybod bod f(x) = 

 **(a)** mynegwch f(x) yn nhermau ffracsiynau rhannol, [4]

 **(b)** trwy hyn, darganfyddwch werth f’(0). [3]

**2.** (H07) **(a)** Mynegwch f(x) =  yn nhermau ffracsiynau rhannol. [4]

 **(b)** Darganfyddwch dx [2]

**3.** (H08) O wybod bod f(x) = 

 **(a)** mynegwch f(x) yn nhermau ffracsiynau rhannol, [4]

 **(b)** darganfyddwch f(x) dx . [3]

**4.** (H09) O wybod bod 

 **(a)** mynegwch  yn nhermau ffracsiynau rhannol, [4]

 **(b)** enrhifwch  gan roi eich ateb yn gywir i dri lle degol. [4]

**5.** (H02) Mynegwch  yn nhermau ffracsiynau rhannol. Trwy hyn, neu fel

 arall, darganfyddwch  [7]

**6.** (H01) **(a)** Mynegwch  yn nhermau ffracsiynau rhannol [5]

 **(b)** Darganfyddwch dx [3]

**7.** (H03) **(a)** Mynegwch  yn nhermau ffracsiynau rhannol.

 **(b)** Trwy hyn, darganfyddwch  dx [7]

**8.** (H04) **(a)** Mynegwch  yn nhermau ffracsiynau rhannol. [4]

 **(b)** Trwy hyn, darganfyddwch  dx [3]

 **2 : Unfathiannau trigonometreg**

**1.** (H.06) Darganfyddwch holl werthoedd θ yn yr amrediad 0° ≤ θ ≤ 360° sy’n bodloni

 2 + 3cos 2θ = cosθ [6]

**2.** (H.06) **(a)** Mynegwch 4sin x + 3cos x yn y ffurf Rsin(x + α), lle mae R ac α yn gysonion, gydag

 R > 0 a 0° ≤ α ≤ 90°. [3]

 **(b)** Trwy hyn, darganfyddwch werth mwyaf  [2]

**3.** (H.07) Darganfyddwch holl werthoedd x yn yr amrediad 0° ≤ x ≤ 360° sy’n bodloni’r hafaliad

 4cos x + 2sin x = 3. [7]

**4.** (H.08) **(a)** Mynegwch 3cosx + 2sinx yn y ffurf Rcos(x – α), lle mae R ac α yn gysonion, gydag

 R > 0 a 0° ≤ α ≤ 90°. [3]

 **(b)** Darganfyddwch holl werthoedd x rhwng 0° a 360° sy’n bodloni

 3cosx + 2sinx = 1. [3]

**5.** (H.09) **(a)** Darganfyddwch holl werthoedd θ yn yr amrediad 0° ≤ θ ≤ 360° sy’n bodloni

 3sin2θ = 2sinθ. [5]

**6.** (H.09) **(a)** Mynegwch cosθ + √3sinθ yn y ffurf Rcos(θ – α), lle mae R > 0 a 0° ≤ α ≤ 90°. [3]

 **(b)** Darganfyddwch holl werthoedd θ yn yr amrediad 0° ≤ θ ≤ 360° sy’n bodloni

 cosθ + √3sinθ = 1. [4]

**7.** (H.02) Darganfyddwch ddatrysiad cyffredinol

 6cos 2x + sin x – 6 = 0 [5]

**8.** (H02) Ail ysgrifennwch √3cosθ + sinθ yn y ffurf Rcos(θ – α), lle mae R > 0 a 0° ≤ α ≤ 90°. [4]

 Trwy hyn,

 **(a)** darganfyddwch holl werthoedd θ rhwng 0o a 360o sy’n bodloni’r hafaliad

 √3cosθ + sinθ = 1 [3]

 **(b)** darganfyddwch werth lleiaf √3cosθ + sinθ + 3 [2]

**9.** (H.01) Darganfyddwch holl werthoedd θ yn yr amrediad 0° ≤ θ ≤ 360° sy’n bodloni

 4cosθ + 3sinθ = 2 [6]

**10.** (H.03) (a) Ysgrifennwch 5sinx + 12cosx yn y ffurf Rsin(x + α), lle mae R ac α i’w darganfod. [4]

 (b) Darganfyddwch werthoedd x rhwng 0o a 360o sy’n bodloni’r hafaliad

 5sinx + 12cosx = 10 [3]

**11.** (H.04) Mynegwch 7sinθ + 24cosθ yn y ffurf Rsin(θ + α) lle mae gwerthoedd θ a α i’w

 darganfod. Trwy hyn, darganfyddwch holl werthoedd θ yn yr amrediad 0o i 360o sy’n

 bodloni 7sinθ + 24cosθ = 15

**12.** (H.05) Trwy yn gyntaf ysgrifennu cos 3θ = cos(2θ + θ), dangoswch fod

 cos 3θ = 4cos3θ – 3cosθ

 Darganfyddwch holl werthoedd θ rhwng 0o a 180o sy’n bodloni’r hafaliad

 Cos 3θ + 3cos2θ + 3cosθ = 0 [8]

**13.** (Engh) Gan ddangos eich holl waith cyfrifo, darganfyddwch holl werthoedd θ rhwng 0o a 360o

 sy’n bodloni’r hafaliad 3cos 2θ = 1 – sinθ [6]

**14.** (Engh) Darganfyddwch holl werthoedd θ rhwng 0o a 360o sy’n bodloni’r hafaliad

 5sinθ + 4cosθ = 3 [7]

**3 : Ffwythiannau Ymhlyg**

**1.** (H.06) Darganfyddwch hafaliad y normal i’r gromlin

 2x3 + 6xy2 – y4 = 27

 yn y pwynt (2, 1) [5]

**2.** (H.07) Darganfyddwch hafaliad y tangiad i’r gromlin

 x5 + xy2 + y3 = 17

 yn y pwynt (-1, 3) [4]

**3.** (H.08) Darganfyddwch hafaliad y normal i’r gromlin

 x2 + xy + 2y2 = 8

 yn y pwynt (-3, 1) [5]

**4.** (H.03) Darganfyddwch hafaliad y tangiad i’r gromlin x3 – x4y + y2 = 1 yn y pwynt (1, 0) [6]

**5.** (H.04) Darganfyddwch hafaliad y tangiad i’r gromlin

 x4 - x2y + y2 = 7

 yn y pwynt (1, 3) [5]

**4 : Integru ffwythiannau trigonometreg , Integru fesul rhan, Integru trwy amnewid**

**1.** (H.06) **(a)** Darganfyddwch . [5]

 **(b)** Defnyddiwch yr amnewid  i enrhifo

  dx [4]

**2.** (H.07) **(a)** Darganfyddwch  [4]

 **(b)** Defnyddiwch yr amnewid  i ddangos bod

  dx =  dθ

 lle mae gwerthoedd a a k i’w darganfod.

 Trwy hyn, neu fel arall, enrhifwch . [8]

**3.** (H.08) **(a)** Darganfyddwch  [4]

 **(b)** Defnyddiwch yr amnewid  i ddangos bod

  = 

 lle mae gwerthoedd y cysonion a, b a k i’w darganfod.

 Trwy hyn, enrhifwch  [8]

**4.** (H.09) **(a)** Darganfyddwch  [4]

 **(b)** Defnyddiwch yr amnewid  i enrhifo

  dx [5]

**5.** (H.02) **(a)** Defnyddiwch yr amnewid  i enrhifo

  [4]

 **(b)** Enrhifwch  [4]

**6.** (H.01) **(a)** Darganfyddwch (i)  (ii)  [8]

 **(b)** Defnyddiwch yr amnewid  i enrhifo

  [5]

**7.** (H.03) **(a)** Darganfyddwch  [3]

 **(b)** Defnyddiwch yr amnewid  i enrhifo

  [6]

**8.** (H.04) **(a)** Darganfyddwch  [4]

 **(b)** Defnyddiwch yr amnewid  i enrhifo  [4]

**9.** (Engh) **(a)** Dangoswch fod  [4]

 **(b)** Defnyddiwch yr amnewid  i enrhifo

  [6]

**5 : Cyfeintiau solidau cylchdro**

**1.** (H.06) Mae’r diagram yn dangos rhanbarth sydd wedi’i dywyllu,

 wedi’i ffinio gan y gromlin y = sin x yr echelin-x a’r llinell x = .

 Cylchdroir y rhanbarth sydd wedi’i dywyllu trwy bedair ongl

 sgwâr o amgylch yr echelin-x.

 Darganfyddwch gyfaint y solid sy’n cael ei ffurfio. [5]

**2.** (H.07) Cylchdroir y rhanbarth sydd wedi’i ffinio gan y gromlin y = , yr echelin-x a’r

 llinellau x = 0, x = 1, trwy bedair ongl sgwâr o amgylch yr echelin-x. Darganfyddwch

 gyfaint y solid a gynhyrchir, gan roi eich ateb yn gywir i dri lle degol. [4]

**3.** (H.08) Mae’r rhanbarth R wedi’i ffinio gan y gromlin y = , yr echelin-x a’r llinellau x = 1,

 x = 4. Darganfyddwch y cyfaint a gynhyrchir pan gylchdroir R trwy bedair ongl sgwâr o

 amgylch yr echelin-x. [7]

**4.** (H.09) Mae’r rhanbarth sydd wedi’i ffinio gan y gromlin y = cos2x, yr echelin-x a’r llinellau

 x = 0 ac x =  , yn cael ei gylchdroi trwy bedair ongl sgwâr o amgylch yr echelin-x.

 Darganfyddwch gyfaint y solid sy’n cael ei gynhyrchu. [6]

**5.** (H.02) Mae’r rhanbarth R wedi’i ffinio gan y gromlin y = tan 2x, yr echelin x a’r llinell x = .

 Darganfyddwch gyfaint y solid a gynhyrchir pan gylchdroir R trwy bedair ongl sgwâr o

 amgylch yr echelin x. [4]

**6.** (H.01) Mae’r rhanbarth sydd wedi’i ffinio gan y gromlin y = sec x, yr echelin x, yr echelin y a’r

 llinell x =  yn cael ei gylchdroi trwy bedair ongl sgwâr o amgylch yr echelin x.

 Darganfyddwch gyfaint y solid a gynhyrchir. [3]

**7.** (H.03) Mae’r rhanbarth R wedi’i ffinio gan y gromlin y = sin x, yr echelin x a’r llinell x = .

 Darganfyddwch gyfaint y solid a gynhyrchir pan gylchdroir R trwy bedair ongl sgwâr o

 amgylch yr echelin x. [6]

**8.** (H.03) Mae’r rhanbarth R wedi’i ffinio gan y gromlin y = x2 + 1, yr echelin x a’r llinellau x =1,

 x = 2. Darganfyddwch gyfaint y solid a gynhyrchir pan gylchdroir R trwy bedair ongl

 sgwâr o amgylch yr echelin x. [6]

**9.** (H05) Mae’r rhanbarth R wedi’i ffinio gan y gromlin y = , yr echelin x a’r llinellau

 x = 2, x = 3.

 Ysgrifennwch integryn sy’n rhoi cyfaint y solid a gynhyrchir pan gylchdroir R trwy

 bedair ongl sgwâr o amgylch yr echelin x. Defnyddiwch yr amnewid u = x2 – 1 i enrhifo’r

 integryn hwn. [7]

**10.** (Engh) Darganfyddwch gyfaint y solid a gynhyrchir pan gylchdroir y rhan honno o’r gromlin

 y =  sydd rhwng x = 1 ac x = e o amgylch yr echelin x. [6]

**6 : Hafaliadau differol**

**1.** (09) Mae’n bosibl modelu gwerth cydran electronig fel newidyn di-dor. Gwerth y gydran ar

 amser t mlynedd yw £P. Mae cyfradd lleihad P mewn cyfrannedd union â P3.

 **(a)** Ysgrifennwch hafaliad differol y mae P yn ei fodloni. [1]

 **(b)** Gwerth y gydran pan fydd t = 0 yw £20. Dangoswch fod

 

 lle mae A yn gysonyn positif. [5]

 **(c)** O wybod mai gwerth y gydran pan fydd t = 1 yw £10, darganfyddwch yr amser pan fydd ei gwerth yn £5. [4]

**2.** (08) Mae lawnt fawr, sydd heb ei thrin ers peth amser, yn cynnwys math arbennig o chwyn.

 Dynodir arwynebedd y lawnt sydd wedi’i orchuddio gan y chwyn ar amser t mlynedd gan

 W m2. Mae cyfradd cynnydd W mewn cyfrannedd union â W.

 **(a)** Ysgrifennwch hafaliad differol y mae W yn ei fodloni. [1]

 **(b)** Arwynebedd y lawnt oedd wedi’i orchuddio gan y chwyn i ddechrau oedd 0·10m2 ac un

 flwyddyn yn ddiweddarach, yr arwynebedd oedd wedi’i orchuddio oedd 2·01 m2.

 Darganfyddwch fynegiad ar gyfer W yn nhermau t. [6]

**3.** (07) Gellir modelu pris eitem £P ar amser t mlynedd gan newidyn di-dor sydd fel bod cyfradd

 cynnydd P mewn cyfrannedd union â P.

 **(a)** Ysgrifennwch hafaliad differol y mae P yn ei fodloni. [1]

 **(b)** O wybod mai pris yr eitem pan fydd t = 0 yw £50, dangoswch fod P = 50ekt, lle mae k

 yn gysonyn positif. [5]

 **(c)** Pris yr eitem ar ôl saith mlynedd yw £65. Darganfyddwch bris yr eitem ar ôl un deg chwe blynedd. [4]

**4.** (06) Mae dŵr yn gollwng o dwll sydd yng ngwaelod tanc dŵr mawr. Dyfnder y dŵr ar amser t

 munud yw x metr. Mae cyfradd lleihad x mewn cyfrannedd union ag  .

 **(a)** Ysgrifennwch hafaliad differol y mae x yn ei fodloni. [1]

 **(b)** O wybod mai dyfnder y dŵr yn y tanc pan fydd t = 0 yw 9 metr, dangoswch fod

 kt = 6 - 2

 lle mae k yn gysonyn positif. [4]

 **(c)** O wybod mai dyfnder y dŵr yn y tanc pan fydd t = 20 yw 4 metr, darganfyddwch yr

 amser y mae’n cymryd i’r tanc wagio’n llwyr (empty). [3]

**5.** (Eng) Sylwedd ymbelydrol sy’n dadfeilio (decay) yw actiniwm.

 I ddechrau mae 2kg o actiniwm yn bresennol, a chyfradd dadfeilio ei fas yw 64g /

 flwyddyn. Yn dilyn hyn, t blwyddyn yn ddiweddarach, pan ddynodir mas yr actiniwm gan

 x kg, mae cyfradd lleihad y mas mewn cyfrannedd union gyda gwerth x.

 **(a)** Dangoswch fod  = -0.032x [1]

 **(b)** Diddwythwch fod t =  [5]

 **(c)** Darganfyddwch werth t pan fydd hanner yr actiniwm wedi dadfeilio, gan roi eich ateb

 yn gywir i ddau le degol. [2]

**6.** (04) Gellir modelu maint N poblogaeth fel newidyn di-dor. Ar amser t, mae cyfradd cynnydd N

 mewn cyfrannedd union gyda gwerth N.

 **(a)** Ysgrifennwch yr hafaliad differol a fodlonir gan N. [1]

 **(b)** O wybod bod N = 100 pan fydd t = 0, dangoswch fod

 N = 100ekt,

 lle mae k yn gysonyn positif [5]

**7.** (03) O wybod bod y = 0 pan fydd x = 0 datryswch yr hafaliad differol

  =  [6]

 7 : Fectorau

**1.** (06) Rhoddir fectorau safle’r pwyntiau A a B gan

 **a** = **i** + 3**j** + **k**, **b** = 2**i** + 8**j** – 2**k**.

 **(a)** Darganfyddwch hafaliad fector y llinell AB. [3]

 **(b)** Hafaliad fector y llinell L yw

 **r** = 2**i** – **j** + *p***k** + μ (**i** + 2**j** – **k**),

 lle mae p yn gysonyn. O wybod bod AB ac L yn croestorri, darganfyddwch werth p. [6]

 **(c)** O wybod bod **c** = 3**i** – **j** – **k**, darganfyddwch **b**. **c**. Beth mae eich ateb yn ei ddweud

 wrthych am y fectorau **b** a **c**? [3]

**2.** (07) **(a)** Rhoddir fectorau safle’r pwyntiau *A* a *B*, mewn perthynas â tharddbwynt sefydlog *O*,

 gan **i** + 3**j** – 2**k** a 3**i** + 6**j** + **k**, yn ôl eu trefn.

 (i) Darganfyddwch AB.

 (ii) Darganfyddwch hafaliad fector y llinell AB.

 (iii) Hafaliad fector y llinell L yw **r** = 2**i** + 3**j** + 7**k** + μ (**i** + **j** + 4**k**).

 O wybod bod L ac AB yn croestorri, darganfyddwch fector safle’r croestorfan. [9]

 **(b)** Darganfyddwch yr ongl rhwng y fectorau **i** + 2**j** – **k** a 3**i** – **j** + 2**k**. [6]

**3.** (08) Rhoddir fectorau safle’r pwyntiau A a B gan

 **a** = 4**i** – **j** + **k**, **b** = 5**i** + **j** – **k**.

 **(a)** (i) Ysgrifennwch y fector AB.

 (ii) Darganfyddwch hafaliad fector y llinell AB. [3]

 Hafaliad fector y llinell L yw

 **r** = **i** + 3**j** – 3**k** + μ(**i** – **j** + **k**).

 **(b)** O wybod bod y llinellau AB ac L yn croestorri, darganfyddwch fector safle’r croestorfan. [5]

 **(c)** Darganfyddwch yr ongl rhwng y llinell AB a’r llinell L. [5]

**4.** (09) **(a)** Fectorau safle’r pwyntiau A a B yw

 **a** = 3**i** + 4**j** + 7**k**, **b** = 4**i** + 2**j** + 10**k**.

 (i) Darganfyddwch hafaliad fector y llinell AB.

 (ii) Hafaliad fector y llinell L yw

 **r** = 5**i** + 6**j** + **k** + μ (3**i** – 2**j** + **k**).

 Dangoswch fod AB a L yn croestorri a darganfyddwch fector safle’r croestorfan. [9]

 **(b)** Dangoswch fod y fectorau 3**i** – 2**j** + 2**k** a 2**i** + **j** – 2**k** yn berpendicwlar. [2]

**5.** (01) **(a)** Rhoddir fectorau safle’r pwyntiau A, B a C mewn perthynas â’r tarddbwynt O, gan

4**i** + 6**j** + **k**,  5**i** + 8**j** + 3**k**, **8i + 2j + 5k**

 Darganfyddwch (i) AB (ii) |AB| (iii) cos (ABC) [9]

1. Rhoddir hafaliad fector y llinell L1 gan **r** = (4 + 4λ)i + (6 - 4λ)j lle mae λ yn

 baramedr.

 Rhoddir hafaliad fector y llinell L2 gan **r** = (5 + μ)i - (1 - μ)j lle mae μ yn

 baramedr. Darganfyddwch safle fector pwynt croestoriad L1 ac L2. [5]

**6.** (02) **(a)** Rhoddir fectorau safle’r pwyntiau *A* a *B* gan 6**i** + 2**j** – 9**k** a 8**i** + 3**j** - 7**k**, yn ôl eu trefn.

 (i) Darganfyddwch hafaliad fector y llinell AB.

 (ii) O wybod y llinell AB a’r llinell sydd â hafaliad fector

 **r** = (4 - 2μ)**i** + (7 + μ)**j** + 4+3μ)**k**

 yn croestorri yn y pwynt P, darganfyddwch fector safle P. [8]

 **(b)** Fector safle’r pwyntiau C a D yw 3**i** + 4**j** – 12**k** a 2**i** + **j** - 2**k**

 yn ôl eu trefn. Darganfyddwch cos COD, lle dynoda O y tarddbwynt. [4]

**7.** (03) Fectorau safle’r pwyntiau A a B yw

 **OA** = 7**i** + 4**j** - 3**k**, **OB** = 11**i** + 8**j** + 5**k**.

 lle dynoda O y tarddbwynt. Mae’r pwynt P ar AB ac mae fel bod AP : PB = 1 : 3.

 **(a)** Darganfyddwch fynegiad ar gyfer fector AB yn nhermau **i**, **j** a **k**. [2]

 **(b)** Darganfyddwch fynegiad ar gyfer y fector safle OP yn nhermau **i**, **j** a **k**. [2]

 **(c)** Darganfyddwch werth OP . OA [2]

 **(ch)** Darganfyddwch faint yr ongl POA. [4]

**8.** (04) Fectorau safle’r pwyntiau A a B yw

 **OA** = 2**i** + **j** - 2**k**, **OB** = 3**i** - 2**j** + 2**k**.

 **(a)** Dangoswch fod OA ac OB yn perpendicwlar [3]

 **(b)** Darganfyddwch y fector AB [2]

 **(c)** Ysgrifennwch hafaliad fector y llinell AB [2]

 **(ch)** Rhoddir hafaliad fector y llinell L gan **r** = **i** + **j** - **k** + μ(3**i** – 6**j** + 7**k**).

 Dangoswch fod L ac AB yn croestorri a darganfyddwch fector safle’r croestorfan [7]

**9.** (05) Rhoddir fectorau safle’r pwyntiau A a B yw

 **a** = 3**i** - **j** - 4**k**, **b** = 8**i** + **j**.

 yn ôl eu trefn. Hafaliad fector y llinell L yw

 **r** = (4 + 2μ)**i** + μ**j** + (1+3μ)**k**

 lle mae μ yn sgalar.

1. Darganfyddwch y fector AB yn nhermau **i**, **j** a **k**. Trwy hyn neu fel arall, darganfyddwch

 hafaliad fector ar gyfer y llinell AB yn yr un ffurf â’r hafaliad ar gyfer L a roddir

 uchod. [4]

 **(b)** Dangoswch fod L ac AB yn croestorri a darganfyddwch fector safle’r croestorfan. [6]

**10.** (Eng) Rhoddir hafaliadau fector dwy linell gan

 **r** = 2**i** + **j** + λ(**i** + **j** + 2**k**),

 **r** = 2**i** + 2**j** + t**k** + μ(**i** + 2**j** + **k**).

 Lle mae t yn gysonyn.

**(a)** O wybod bod y dwy linell yn croestorri, dangoswch bod t = -1 a darganfyddwch fector

 safle’r croestorfan. [6]

**(b)** Darganfyddwch yr ongl lem rhwng y llinellau, gan roi eich ateb yn gywir i’r radd agosaf [6]

**8 : Yr Ehangiad Binomaidd**

**1. (a)** Ehangwch  mewn pwerau esgynnol hyd at y term x2. [2]

 **(b)** Pa amrediad mae eich ehangiad yn ddilys ar ei gyfer? [1]

 **(c)** Defnyddiwch eich ehangiad gydag x =  i ddangos bod √13 ≈  [2]

**2.** Ehangwch  mewn pwerau esgynnol o x hyd at, a chan gynnwys, y term yn x2. Nodwch

 ar gyfer pa amrediad o werthoedd x mae’r ehangiad yn ddilys. Trwy hyn, trwy ysgrifennu

 x = 1 yn eich ehangiad, dangoswch fod √2 ≈ . [5]

**3.** Ehangwch  hyd at y term yn x2. Ar gyfer pa amrediad o werthoedd x mae

 eich ehangiad yn ddilys? [7]

**4.** Ehangwch  mewn pwerau esgynnol o x hyd at, a chan gynnwys, y term yn x2. Nodwch

 ar gyfer pa amrediad o werthoedd x mae’r ehangiad yn ddilys. [5]

**5**. Ehangwch  mewn pwerau esgynnol o x hyd at y term yn x2. Nodwch ar gyfer pa amrediad o werthoedd x mae eich ehangiad yn ddilys. Ehangwch  mewn pwerau esgynnol o k hyd at y term yn k2. [6]

**9 : Parametrig**

**1.** (H.06) Mae gan y gromlin C yr hafaliadau paramedrig x = , y = t2

**(a)** Dangoswch y rhoddir hafaliad y tangiad i C yn y pwynt P â pharamedr p gan

y + 2p3x – 3p2 = 0. [4]

**(b)** Mae’r tangiad i C yn y pwynt P yn croestorri’r echelin x yn A a’r echelin y yn B.

 Dangoswch fod PB = 2PA. [5]

**2.** (H.07) Mae gan y gromlin C yr hafaliadau paramedrig x = 2t, y = t2.

**(a)** Dangoswch y rhoddir hafaliad y normal i C yn y pwynt P â pharamedr p gan

x + py = p3 + 2p. [4]

**(b)** Mae’r normal i C yn y pwynt P yn croestorri’r echelin x yn A a’r echelin y yn B. O

 wybod mai O yw’r tarddbwynt a bod OA = 2OB, darganfyddwch werth p. [4]

**3.** (H.08) Mae gan y gromlin C yr hafaliadau paramedrig x = 4sint, y = cos2t.

 **(a)** Darganfyddwch , gan symleiddio eich ateb gymaint ag sydd bosibl. [6]

 **(b)** Dangoswch y rhoddir hafaliad y tangiad i C yn y pwynt P â pharamedr p gan

 xsinp + y = 1 + 2sin2p. [3]

**4.** (H.09) Mae gan y gromlin C yr hafaliadau paramedrig x = t2, y = t3. Paramedr y pwynt P yw p.

 **(a)** Dangoswch mai hafaliad y tangiad i C yn y pwynt P yw 3px – 2y = p3 [4]

 **(b)** Mae’r tangiad i C yn y pwynt P yn croestorri C eto yn y pwynt Q(q2, q3). O wybod

 bod p = 2, dangoswch fod q yn bodloni’r hafaliad q3 – 3q2 + 4 = 0 a darganfyddwch

 werth q. [5]

**5.** (H.02) Mae gan gromlin yr hafaliadau paramedrig

 x = at, y = 

 lle mae a yn gysonyn nad yw’n sero.

 Dangoswch mai hafaliad y tangiad i’r gromlin yn y pwynt P â pharamedr p yw

 p2y + x = 2ap

 Mae’r tangiad hwn yn croestorri’r echelin x a’r echelin y yn Q a R yn ôl eu trefn.

 Dangoswch mai P yw canolbwynt QR. [7]

**6.** (H.01) Mae gan y gromlin C yr hafaliadau paramedrig

 x = at2, y = 2at

 **(a)** Dangoswch mai hafaliad y tangiad i C yn y pwynt P â pharamedr p yw

 py = x + ap2 [4]

 **(b)** O wybod bod y tangiad yn P yn mynd trwy’r pwynt (8a, 6a), darganfyddwch y

 gwerthoedd posibl ar gyfer p. [2]

**7.** (H.03) Mae gan gromlin yr hafaliadau paramedrig x = 2cos t , y = 3sin t. Dangoswch mai

 hafaliad y tangiad i’r gromlin yn y pwynt P â pharamedr p yw

 (2sin p)y + (3cos p)x – 6 = 0

 Mae’r tangiad yn cyfarfod â’r echelin x yn A. Darganfyddwch werth lleiaf OA, lle

 dynoda A y tarddbwynt. [6]

**8.** (H.05) Mae gan gromlin yr hafaliadau paramedrig

 x = at, y = 

 Dangoswch y rhoddir hafaliad y tangiad i’r gromlin yn y pwynt P â pharamedr p gan

 p2y = -x + 2ap

 Mae’r tangiad hwn yn croestorri’r echelin x yn A a’r echelin y yn B. Dangoswch fod

 Arwynebedd y triongl OAB, lle dynoda O y tarddbwynt , yn annibynnol ar p. [8]

**9.** (H.04) Mae gan gromlin yr hafaliadau paramedrig x = sin t , y = cos 2t. Darganfyddwch

 raddiant y normal i’r gromlin yn y pwynt a pharamedr . [5]

**10.** (Eng) Mae gan gromlin C yr hafaliadau paramedrig x = at2 , y = 2at.

 Dangoswch mai hafaliad y normal i C yn y pwynt P â pharamedr p yw

 px + y – 2ap – ap3 = 0

 Mae’r normal i C yn P yn cyfarfod a’r echelin x yn Q. Mae’r perpendicwlar o P i’r echelin

 x yn cyfarfod â’r echelin x yn R. Darganfyddwch hyd QR. [8]

**Uned 10 : Profi**

**Cwestiynau cyn bapurau ar profi trwy wrthddywediad**

**1.** (09) Cwblhewch y prawf trwy wrthddywediad canlynol i ddangos bod  yn anghymarebol.

 Tybiwch fod  yn gymarebol. Yna gallwn ysgrifennu  yn y ffurf  lle mae a, b yn

 gyfanrifau sydd heb ffactorau cyffredin.

 * a2 = 3b2.*

 * mae 3 yn ffactor o a2.*

 * mae 3 yn ffactor o a, ac felly mae a = 3k, lle mae k yn gyfanrif.* [4]

**2.** (08) Defnyddiwch brawf trwy wrthddywediad i brofi’r gosodiad canlynol.

 Pan fydd x yn real a phositif, mae

 + ≥ 14

 Rhoddir llinell gyntaf y prawf isod.

 *Tybiwch fod gwerth real a phositif o x yn bodoli fel bod*

 *+ < 14*  [4]

**3.** (07) Cwblhewch y prawf trwy wrthddywediad canlynol i ddangos, os yw n yn gyfanrif positif a

 3n + 2n3 yn odrif, yna mae n yn odrif. Mae’n hysbys bod 3n + 2n3 yn odrif.

 *Tybiwch fod n yn eilrif ac felly mae n = 2k.* [2]

**4.** (06) Cwblhewch y prawf trwy wrthddywediad canlynol i ddangos bod  yn anghymarebol.

 *Tybiwch fod  yn gymarebol. Yna gellir ysgrifennu yn y ffurf ,*

 *lle mae a, b yn gyfanrifau positif sydd heb ffactor cyffredin.*

 * a 2 = 2b2.*

 * mae 2 yn ffactor o a2.*

 * mae 2 yn ffactor o a, ac felly mae a = 2k,*

 *lle mae k yn gyfanrif.* [4]

**5.** (02) Cwblhewch y prawf trwy wrthddywediad canlynol i dangos bod  yn anghymarebol

 (irrational).

 *Gan dybio bod  yn gymarebol, boed i  = *

 *lle mae a, b yn gyfanrifau positif sydd heb ffactor cyffredin.*

 *Yna mae 5b2 = a2 -> mae 5 yn ffactor o a2.* [5]

**6.** (01) O wybod 2n3 + 3n yn odrif, lle mae n yn gyfanrif, defnyddiwch brawf trwy wrthddywediad

 (proof by contradiction) i ddangos bod n yn odrif. [4]

**7.** (03) Cwblhewch y prawf trwy wrthddywediad canlynol i ddangos bod +  ≥ 6, pan fydd

 x yn real a phositif.

 *Tybiwch bod + < 6. Oherwydd bod x > 0, mae x2 + 9 < 6x.* [4]

**8.** (04) Cwblhewch y prawf trwy wrthddywediad canlynol i ddangos bod  yn anghymarebol.

 *Gan dybio bod  yn gymarebol. boed i = , lle mae a, b yn gyfanrifau positif*

 *sydd heb ffactor cyffredin.*

 *Wrth sgwario’r naill ochr a’r llall, gwelwn fod 2 = *

 * 2b2 = a2*

 *sy’n golygu bod 2 yn ffactor o a2. Felly mae 2 yn ffactor o a.* [4]

**9.** (05) Diffinir y ffwythiant f ar gyfer x > 0 gan f(x) = x2.

 Cwblhewch y prawf trwy wrthddywediad canlynol i ddangos bod f yn ffwythiant un – un.

 *Tybiwch nad yw f yn ffwythiant un – un.*

 *Felly mae rhifau positif ac anhafal a, b yn bodoli fel bod f(a) = f(b).*

 * a2 = b2*

 * a = ±b*  [3]